**Logaritmus**

***Čo je logaritmus?***



|  |
| --- |
| **Logaritmus log*za*** je číslo, na ktoré musíme umocniť **základ (báza) *z***, aby sme dostali **argument *a.***  *z* > 0, *z* ≠ 1, *a* > 0 |

⦁ Ak pri logaritme nie je uvedený základ, pokladá sa za dekadický, tj. so základom 10.

**log *a* ≡ log10 *a***

⦁ Logaritmus pri základe e = 2,718281828460... sa nazýva prirodzený a označuje sa ln (*logarithmus naturalis*).

**ln *a* ≡ loge *a***

Platí, že , teda **eln *a* = ln e*a* = *a***, resp. **10log *a* = log 10*a* = *a*** .

|  |  |
| --- | --- |
| **logaritmus súčinu**  sa rovná súčtu logaritmov činiteľov | log*z* (*a* . *b*) = log*z* *a* + log*z* *b* |
| **logaritmus podielu**  sa rovná rozdielu logaritmov delenca a deliteľa | log*z* (*a* / *b*) = log*z* *a* – log*z* *b* |
| **násobok logaritmu** sa rovná logaritmu mocniny | *b* log*z* *a* = log*z* *ab* |
| **prepočet** logaritmu na iný základ |  |

Najčastejší je vzájomný prepočet medzi prirodzeným a dekadickým logaritmom:



Teda ln *a* = 2,303 log *a* , resp. log *a* = 0,4343 ln *a* .

Logaritmické a exponenciálne funkcie využijete počas štúdia nespočetne veľa krát. Zapamätajte si ich priebeh!

|  |  |
| --- | --- |
| l | ⦁ Grafy všetkých exponenciálnych funkcií  typu *y* = *zx* prechádzajú bodmi (0; 1) a (1; *z*).  ⦁ Grafy všetkých logaritmických funkcií  typu *y* = log*z* *x* prechádzajú bodmi (1; 0) a (*z*; 1).  ⦁ Všetky exponenciálne funkcie sú definované pre *x* z intervalu (–∞; ∞).  Pre *x* z intervalu (–∞; 0) je *y* z intervalu (0; 1).  Pre *x* z intervalu (0; ∞) je *y* z intervalu (1; ∞).  ⦁ Všetky logaritmické funkcie sú definované pre *x* z intervalu (0; ∞).  Pre *x* z intervalu (0; 1) je *y* z intervalu (–∞; 0).  Pre *x* z intervalu (1; ∞) je *y* z intervalu (0; ∞).  ⦁ Exponenciálne a logaritmické funkcie pri rovnakých základoch sú navzájom inverzné,  tzn., že ich grafy sú súmerné podľa priamky *y* = *x*. |

Každý **argument** dekadického logaritmu možno vyjadriť v tvare *a* . 10*b*, preto

log (*a* . 10*b*)= log *a* + *b* log 10 = log *a* + *b*

Pretože *a* je vždy číslo z intervalu 〈1; 10), nadobúda log *a* hodnoty z intervalu 〈0 do 1).

Pre argumenty, ktoré sa líšia len mocninou desiatky, teda získame logaritmy, ktorých časť za desatinnou čiarkou je rovnaká, napr.

log 0,00245 = log (2,45 . 10–3) = log 2,45 + log 10–3 = 0,389 – 3 = –2,611

log 0,0245 = log (2,45 . 10–2) = log 2,45 + log 10–2 = 0,389 – 2 = –1,611

log 0,245 = log (2,45 . 10–1) = log 2,45 + log 10–1 = 0,389 – 1 = –0,611

log 2,45 = log (2,45 . 100) = log 2,45 + log 100 = 0,389 + 0 = 0,389

log 24,5 = log (2,45 . 101) = log 2,45 + log 101 = 0,389 + 1 = 1,389

log 245 = log (2,45 . 102) = log 2,45 + log 102 = 0,389 + 2 = 2,389

Číslo 0,389 nazývame **mantisa** logaritmu. Čísla 0, 1 a 2 nazývame **charakteristika** logaritmu. Táto vlastnosť logaritmov sa v minulosti, keď ešte neboli k dispozícii kalkulačky, využívala pri hľadaní logaritmov ľubovoľných čísel. Hodnoty mantís sa vyhľadávali v knižne vydávaných tabuľkách.

Z vyššie uvedeného príkladu vidno, že aj keď majú argumenty logaritmu (0,00245; 0,0245; 0,245; 2,45; 24,5 a 245) rôzny počet desatinných miest, majú rovnaký počet platných číslic. Preto sú rovnaké aj ich mantisy a ich logaritmy sa líšia len charakteristikami. Presnosť výsledku logaritmovania je teda určená len počtom jeho desatinných miest. Preto pri zaokrúhľovaní logaritmov platí pravidlo, že **počet desatinných miest logaritmu sa rovná počtu platných číslic jeho argumentu**, napr. log 62,745 = 1,79758. A naopak, pri odlogaritmovaní,

**počet platných číslic výsledku sa rovná počtu desatinných miest argumentu odlogaritmovania**, napr. 101,79758 = 62,745.