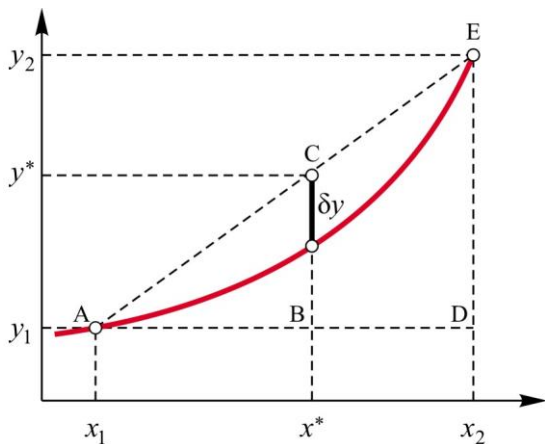


Lineárna interpolácia

Pri odčítavaní tabelovaných hodnôt y pre dané x sa môže vyskytnúť problém, ako nájsť hodnotu y^* zodpovedajúcu hodnote x^* , ktorá nie je uvedená v tabuľke. Vypočítame ju použitím tzv. lineárnej interpolácie z najbližšej nižšej x_1 a vyššej x_2 tabelovanej hodnoty. Hodnota x^* tak leží medzi (lat. *inter* = medzi) dvoma ohraničujúcimi bodmi x_1 a x_2 , ktoré nazývame póly (lat. *polus* = pól).



Z obrázka vyplýva, že

$$|AB| = x^* - x_1, |BC| = y^* - y_1, |AD| = x_2 - x_1, |DE| = y_2 - y_1,$$

Z podobnosti trojuholníkov ABC a ADE ďalej vyplýva, že

$$|DE| : |AD| = |BC| : |AB|$$

Použitím vyššie uvedených rovností možno odvodiť tzv. **interpoláčny vzorec**

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y^* - y_1}{x^* - x_1}$$

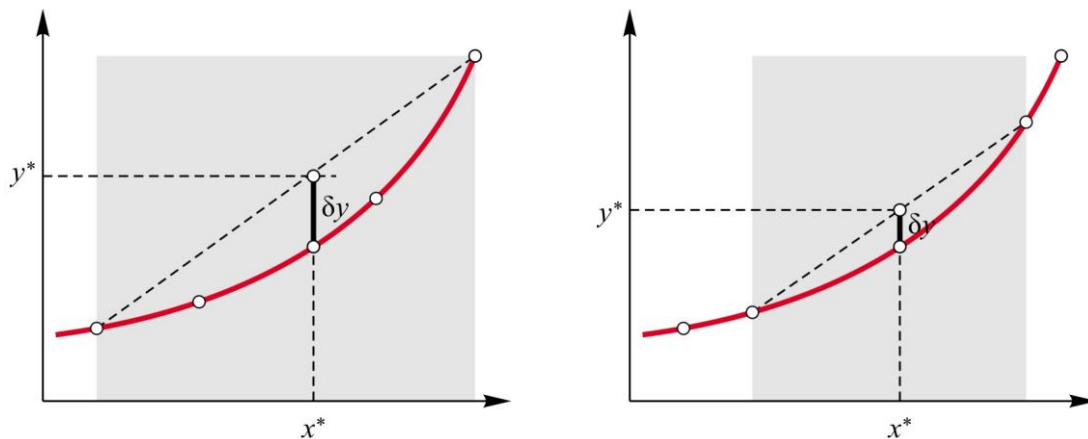
z ktorého pre hľadanú hodnotu y^* vyplýva, že

$$y^* = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x^* - x_1) + y_1$$

Obr. 1 Lineárna interpolácia.

Získaný vzorec je „symetrický“, tzn., že hodnoty pre póly 1 a 2 môžeme vzájomne vymeniť.

Je zřejmé, že čím je rozdiel v hodnotách pólov menší, tým menšej chyby sa dopustíme pri interpolácii (obr. 2)



Obr. 2 Závislosť chyby interpolácie v závislosti od „vzdialenosti“ pólov.

Poznámka

Ak hľadáme y^* pre x^* , ktoré je presne v strede medzi x_1 a x_2 , potom sa vzorec zjednoduší, lebo $x^* - x_1 = \frac{x_2 - x_1}{2}$

$$y^* = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \left(\frac{x_2 - x_1}{2} \right) + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{2} + \frac{2y_1}{2} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

tzn., že hľadaná hodnota y^* je aritmetickým priemerom známych hodnôt pólov y_1 a y_2 .

Vypočítajte hustotu 26,7 % vodného roztoku kyseliny chlorovodíkovej.

Riešenie

$$w^* = 0,267$$

V tabuľkách sú uvedené hodnoty pre 26,00 % a 28,00 % HCl

$$w_1 = 0,2600 \Leftrightarrow \rho_1 = 1,1288 \text{ g cm}^{-3}$$

$$w_2 = 0,2800 \Leftrightarrow \rho_2 = 1,1391 \text{ g cm}^{-3}$$

Použitím interpolačného vzorca vypočítame hľadanú hustotu

$$\begin{aligned} \rho^* &= \frac{\rho_2 - \rho_1}{w_2 - w_1} (w^* - w_1) + \rho_1 = \\ &= \frac{1,1391 \text{ g cm}^{-3} - 1,1288 \text{ g cm}^{-3}}{0,2800 - 0,2600} \cdot (0,267 - 0,2600) + 1,1288 \text{ g cm}^{-3} = \boxed{1,132 \text{ g cm}^{-3}} \end{aligned}$$

Hodnota ρ^* musí byť medzi hodnotami ρ_1 a ρ_2 a musí byť bližšie k ρ_1 , lebo aj w^* je medzi w_1 a w_2 , bližšie k w_1 .

Vypočítajte hustotu 0,96 % vodného roztoku kyseliny fluórovodíkovej.

Riešenie

$$w^* = 0,0096$$

V tabuľkách je uvedená najnižšia hodnota pre 2,00 % HF, ktorá je väčšia ako „naša“ hustota. Vieme však, že 0 % HF (tj. čistá voda) má pri štandardnej teplote hustotu $\rho_1 \equiv \rho(\text{H}_2\text{O}) = 0,9970 \text{ g cm}^{-3}$.

$$w_1 = 0 \Leftrightarrow \rho_1 = 0,9970 \text{ g cm}^{-3}$$

$$w_2 = 0,0200 \Leftrightarrow \rho_2 = 1,005 \text{ g cm}^{-3}$$

Použitím interpolačného vzorca vypočítame hľadanú hustotu

$$\rho^* = \frac{\rho_2 - \rho_1}{w_2 - w_1} (w^* - w_1) + \rho_1 = \frac{1,005 \text{ g cm}^{-3} - 0,9970 \text{ g cm}^{-3}}{0,0200 - 0} \cdot (0,0096 - 0) + 0,9970 \text{ g cm}^{-3} = \boxed{1,009 \text{ g cm}^{-3}}$$

Hodnota ρ^* sa len veľmi málo líši od hustoty čistej vody, lebo uvažovaný roztok je veľmi zriedený, tj. w^* je bližšie k w_1 .

Vypočítajte hmotnostný zlomok kuchynskej soli v jej vodnom roztoku, ktorého hustota je $1,1111 \text{ g cm}^{-3}$.

Riešenie

$$\rho^* = 1,1111 \text{ g cm}^{-3}$$

V tabuľkách sú uvedené tieto hodnoty hustoty roztoku kuchynskej soli

$$\rho_1 = 1,1085 \text{ g cm}^{-3} \Leftrightarrow w_1 = 15,00\%$$

$$\rho_2 = 1,1162 \text{ g cm}^{-3} \Leftrightarrow w_2 = 16,00\%$$

Použitím interpolačného vzorca vypočítame hľadaný hmotnostný zlomok

$$\begin{aligned} w^* &= \frac{w_2 - w_1}{\rho_2 - \rho_1} (\rho^* - \rho_1) + w_1 = \\ &= \frac{16,00\% - 15,00\%}{1,1162 \text{ g cm}^{-3} - 1,1085 \text{ g cm}^{-3}} \cdot (1,1111 \text{ g cm}^{-3} - 1,1085 \text{ g cm}^{-3}) + 15,00\% = \boxed{15,34\%} \end{aligned}$$

Hodnota w^* musí byť medzi hodnotami w_1 a w_2 a musí byť bližšie k w_1 , lebo aj ρ^* je medzi ρ_1 a ρ_2 , bližšie k ρ_1 .